SFTの20年と行く末

取りあえずは解けない難しい課題を思い出しておこう

京大理: 畑 浩之

余談: 只今、仮住まい中

$5\mathrm{m}^2$/人

はじめに

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の
“非摂動論的” 解析に大きな役割を果たすものとして
期待され構築された ('85 ∼)。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された ('85 〜)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された ('85 ∼)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

しかし、その期待に反して SFT は長い間 (少なくとも前世紀までは) “役立たず” の不遇の時を過ごしてきた。

はじめに

Covariant & Gauge-invariant SFT は、弦理論の“非摂動論的”解析に大きな役割を果たすものとして期待され構築された ('85 ∼)。

実際、それは Yang-Mills 理論や Einstein 理論の局所ゲージ対称性/ 一般座標不変性を包含する弦的ゲージ対称性を持つ美しいゲージ理論として構成された。

しかし、その期待に反して SFT は長い間 (少なくとも前世紀までは) “役立たず” の不遇の時を過ごしてきた。

Tachyon condensation の解析において、SFT は初めて面目躍如となったが、しかし、まだまだ当初の期待に応えているとは言えない。

続はじめに

続はじめに

このトークでは、SFT の 20 年の (個人的) 歴史と困難を振り返り、将来の SFT の大進展につなげたい。

続はじめに

このトークでは、SFT の 20 年の (個人的) 歴史と困難を振り返り、将来の SFT の大進展につなげたい。

[おことわり]

Superstring Field Theories については全く触れません。

全ての数式は up to sign (or up to factor) でのみ正しい。

SFTの歴史

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

$$\left\{\begin{array}{l}\bullet\ \text{BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83)}\\ \bullet\ \text{Batalin-Vilkovisky formalism ('83)}\end{array}\right\}$$

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

$$\left\{\begin{array}{l}\bullet\ \text{BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83)}\\ \bullet\ \text{Batalin-Vilkovisky formalism ('83)}\end{array}\right\}$$

- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85∼)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

$$\left\{\begin{array}{l} \bullet\ \text{BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83)} \\ \bullet\ \text{Batalin-Vilkovisky formalism ('83)} \end{array}\right\}$$

- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85∼)
  - Cubic SFT (Witten)
  - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
  - Non-Polynomial closed SFT (S-Z,K-K-S)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

$\left\{\begin{array}{l}\bullet\ \text{BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83)} \\ \bullet\ \text{Batalin-Vilkovisky formalism ('83)}\end{array}\right\}$

- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85∼)
  - Cubic SFT (Witten)
  - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
  - Non-Polynomial closed SFT (S-Z,K-K-S)
- Boundary SFT (Witten, '92)

SFTの歴史

- Light-cone SFT by Kaku-Kikkawa ('74)

$$\left\{\begin{array}{l}\bullet\ \text{BRST 1st quantization (Kato-Ogawa, '83)} \\ \bullet\ \text{Batalin-Vilkovisky formalism ('83)}\end{array}\right\}$$

- Covariant & Gauge Invariant Formulation of SFT ('85∼)
  - Cubic SFT (Witten)
  - HIKKO (Hata-Itoh-Kugo-Kunitomo-Ogawa)
  - Non-Polynomial closed SFT (S-Z,K-K-S)

- Boundary SFT (Witten, '92)

- Tachyon condensation in SFT ('99∼)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 $\vec{x}$ に力学変数 φ

点 $\vec{x}$ に点粒子を生成/消滅

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 $\vec{x}$ に力学変数 φ
点 $\vec{x}$ に点粒子を生成/消滅

$\Downarrow$ これを単純に弦に拡張すると

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 $\vec{x}$ に力学変数 φ
点 $\vec{x}$ に点粒子を生成/消滅

$\Downarrow$ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t\,? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 $\vec{x}$ に力学変数 φ
点 $\vec{x}$ に点粒子を生成/消滅

$\Downarrow$ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t\,? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

ひもの空間的配位 $\vec{X}(\sigma)$ 毎に力学変数 Φ
$\vec{X}(\sigma)$ の形&位置を持った弦の生成/消滅

SFT とは (プロの人達、すみません。)

局所場: $\varphi(\vec{x}, t)$

空間の各点 $\vec{x}$ に力学変数 φ
点 $\vec{x}$ に点粒子を生成/消滅

$\Downarrow$ これを単純に弦に拡張すると

弦場: $\Phi[\vec{X}(\sigma), t\,? \Rightarrow X^0(\sigma)?]$ ($\vec{X}(\sigma)$ の汎関数)

ひもの空間的配位 $\vec{X}(\sigma)$ 毎に力学変数 Φ
$\vec{X}(\sigma)$ の形&位置を持った弦の生成/消滅

SFT action $S[\Phi]$ を構成して理論を記述したい?

Covariant& Gauge Inv. formulation

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの $\Rightarrow$ Light-cone gauge SFT
$(t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim$)$

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの $\Rightarrow$ Light-cone gauge SFT

$(t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim$)$

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 ($\ni$ Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの $\Rightarrow$ Light-cone gauge SFT
$(t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim$)$

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 ($\ni$ Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

$\boxed{\text{Covariant \& Gauge Invariant formulation of SFT}}$

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの ⇒ Light-cone gauge SFT

$(t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim$)$

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 (∋ Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

Covariant & Gauge Invariant formulation of SFT

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの $\Rightarrow$ Light-cone gauge SFT
$(t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim$)$

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 ($\ni$ Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

$\boxed{\text{Covariant \& Gauge Invariant formulation of SFT}}$

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく
- SFT にはBV 形式の要素が最初から自然と含まれる

Covariant& Gauge Inv. formulation

これを素直に実現したもの $\Rightarrow$ Light-cone gauge SFT
($t =$ light-cone time, $\vec{X}(\sigma)$: transverse 24-dim)

しかし、

- Lorentz 共変性が非自明
- 弦理論の巨大なゲージ対称性 ($\ni$ Yang-Mills, 一般座標変換) が見えない。

以下では

$\boxed{\text{Covariant \& Gauge Invariant formulation of SFT}}$

- SFT 作用の構成は Batalin-Vilkovisky(BV) 形式に基づく
- SFT には BV 形式の要素が最初から自然と含まれる
- 結局、時間座標 $t \Rightarrow X^0(\sigma)$ が最後まで問題

SFTの構成を顧みる

SFTの構成を顧みる

まず、

Covariant & Gauge invariant SFT がどのように
構成されたのか、どのような問題があったのか、

を Batalin-Vilkovisky (BV) 形式の言葉を使って
振り返ろう。

BV形式に基づいたSFTの構成: 準備

BV 形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $\Big(\boldsymbol{X}^{\mu}(\boldsymbol{\sigma}),\boldsymbol{b}(\boldsymbol{\sigma}),\boldsymbol{c}(\boldsymbol{\sigma})\Big) = \boldsymbol{I} = (\boldsymbol{i},\boldsymbol{b}_0)$

$\boldsymbol{b}_0$: anti-ghost 0-mode

BV 形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $\left(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)\right) = I = (i, b_0)$

b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $$\int \mathcal{D}X(\sigma)\mathcal{D}b(\sigma)\mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$$

BV 形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $\big(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)\big) = I = (i, b_0)$

b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\displaystyle \int \mathcal{D}X(\sigma)\mathcal{D}b(\sigma)\mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0\phi_i + \psi_i$

BV 形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $\big(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)\big) = I = (i, b_0)$

b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma)\mathcal{D}b(\sigma)\mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0\phi_i + \psi_i$

SFT action: $S(\Phi) = S(\phi, \psi)$

BV 形式に基づいたSFTの構成: 準備

弦座標: $\big(X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)\big) = I = (i, b_0)$

b_0 : anti-ghost 0-mode

弦座標積分: $\int \mathcal{D}X(\sigma)\mathcal{D}b(\sigma)\mathcal{D}c(\sigma) = \sum_I = \sum_i \int db_0$

String field: $\Phi[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Phi_I = b_0\phi_i + \psi_i$

SFT action: $S(\Phi) = S(\phi, \psi)$

汎関数微分: $\dfrac{\delta}{\delta\Phi[X(\sigma),\cdots]} = \dfrac{\partial}{\partial\Phi_I} = \dfrac{\partial}{\partial\phi_i} + b_0\dfrac{\partial}{\partial\psi_i}$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT の構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = 0$$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i}\frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i}\frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i}\frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

- Gauge invariance of SFT action $S(\Phi)$

SFTの構成: (古典)BV 方程式

SFT action $S(\Phi)$ は、次の BV 方程式を満たすように構成すべし:

(古典)BV 方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_i \frac{\partial S}{\partial \phi_i}\frac{\partial S}{\partial \psi_i} = 0$$

BV 方程式は次の二つを保証する
(但し、古典レベル=経路積分測度を考えないで)

- Gauge invariance of SFT action $S(\Phi)$
- Procedure of Gauge-Fixing and BRST invariance

SFTの構成: ゲージ不変性

SFTの構成: ゲージ不変性

${}^{\forall}\Lambda[X^{\mu}(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Lambda_I$ を用いて

(弦的) 局所ゲージ変換: $\quad \delta_{\Lambda}\Phi_I = \dfrac{\partial^2 S}{\partial\Phi_I \partial\Phi_J}\Lambda_J$

を定義すると:

SFTの構成: ゲージ不変性

$^\forall\Lambda[X^\mu(\sigma), b(\sigma), c(\sigma)] = \Lambda_I$ を用いて

(弦的) 局所ゲージ変換: $\delta_\Lambda \Phi_I = \dfrac{\partial^2 S}{\partial\Phi_I \partial\Phi_J}\Lambda_J$

を定義すると:

$$\delta_\Lambda S(\Phi) = \frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\delta_\Lambda\Phi_I = \frac{\partial S}{\partial \Phi_I}\frac{\partial^2 S}{\partial\Phi_I \partial\Phi_J}\Lambda_J$$

$$= \frac{1}{2}\Lambda_J \frac{\partial}{\partial\Phi_J}\underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial\Phi_I}\right)^2}_{=0\ (\text{BVeq})} = 0$$

SFTの構成: Gauge-fixing and BRST inv.

SFTの構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\widehat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0)$ in Siegel gauge

一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

SFTの構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\widehat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0)$ in Siegel gauge

一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=0}$

SFTの構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\widehat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0)$ in Siegel gauge

一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left.\dfrac{\partial S(\phi,\psi)}{\partial \psi_i}\right|_{\psi=0}$

$$\Downarrow$$

- $\delta_B \widehat{S}(\phi) = \dfrac{\partial \widehat{S}(\phi)}{\partial \phi_i}\delta_B\phi_i = \Bigg(\underbrace{\dfrac{\partial S}{\partial \phi_i}\dfrac{\partial S}{\partial \psi_i}}_{=0\ (\mathrm{BVeq})}\Bigg)_{\psi=0} = 0$

SFTの構成: Gauge-fixing and BRST inv.

Gauge-fixed action: $\widehat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0)$ in Siegel gauge

一般のゲージ固定は $\psi_i = \frac{\partial \Upsilon(\phi)}{\partial \phi_i}$

BRST 変換: $\delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi, \psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=0}$

$$\Downarrow$$

- $\delta_B \widehat{S}(\phi) = \frac{\partial \widehat{S}(\phi)}{\partial \phi_i} \delta_B \phi_i = \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial \phi_i} \frac{\partial S}{\partial \psi_i} \right)_{\psi=0}}_{= 0 \text{ (BVeq)}} = 0$

- $(\delta_B)^2 \phi \propto \frac{\partial \widehat{S}(\phi)}{\partial \phi}$: (On-shell) Nilpotency

BV方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \ldots$$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \dots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \dots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ}\mathcal{Q}_{JK} = 0$

BV方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \dots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ}\mathcal{Q}_{JK} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{Q} = Q_{\mathrm{B}}^{\text{Kato-Ogawa}}$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \dots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ}\mathcal{Q}_{JK} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{Q} = Q_{\mathrm{B}}^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $\mathcal{Q}_{II'}V^{(3)}_{I'JK} + \mathcal{Q}_{JJ'}V^{(3)}_{IJ'K} + \mathcal{Q}_{KK'}V^{(3)}_{IJK'} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \cdots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

- $\mathcal{Q}_{IJ}\mathcal{Q}_{JK} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{Q} = Q_{\mathrm{B}}^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $\mathcal{Q}_{II'}V^{(3)}_{I'JK} + \mathcal{Q}_{JJ'}V^{(3)}_{IJ'K} + \mathcal{Q}_{KK'}V^{(3)}_{IJK'} = 0$
- $\sum \mathcal{Q}_{II'}V^{(4)}_{I'JKL} + \sum V^{(3)}_{IJP}V^{(3)}_{PKL} = 0$

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 多項式構成

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\mathcal{Q}_{IJ}\Phi_I\Phi_J + V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + V^{(4)}_{IJKL}\Phi_I\Phi_J\Phi_K\Phi_L + \dots$$

$\Downarrow$ BV 方程式: $(\partial S/\partial\Phi_I)^2 = 0$

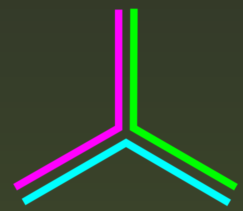
- $\mathcal{Q}_{IJ}\mathcal{Q}_{JK} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{Q} = Q_{\mathrm{B}}^{\text{Kato-Ogawa}}$
- $\mathcal{Q}_{II'}V^{(3)}_{I'JK} + \mathcal{Q}_{JJ'}V^{(3)}_{IJ'K} + \mathcal{Q}_{KK'}V^{(3)}_{IJK'} = 0$
- $\sum \mathcal{Q}_{II'}V^{(4)}_{I'JKL} + \sum V^{(3)}_{IJP}V^{(3)}_{PKL} = 0$
- $\mathcal{Q}V^{(N)} + \sum_{M=3}^{N-1} \underbrace{V^{(N-M+2)}V^{(M)}} = 0$

BV方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

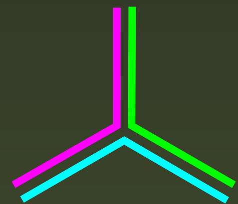
- Cubic Open SFT (Witten, '86)

$$V^{(3)} =$$



BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

- Cubic Open SFT (Witten, ’86)

$$V^{(3)} =$$ 

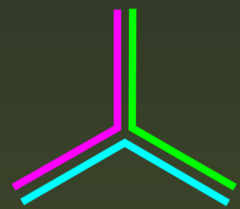
- HIKKO Open SFT (’86)

$$V^{(3)} =$$  , $$V^{(4)} = \int d\alpha$$ 

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 具体例

- Cubic Open SFT (Witten, '86)

$$V^{(3)} =$$



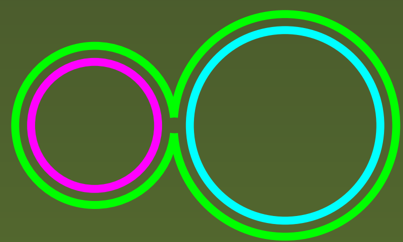
- HIKKO Open SFT ('86)

$$V^{(3)} =$$

$$, \quad V^{(4)} = \int d\alpha$$

- HIKKO Closed SFT ('86)

$$V^{(3)} =$$



BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

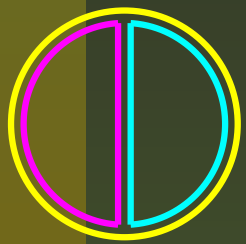
BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

$V^{(3)} =$  ,

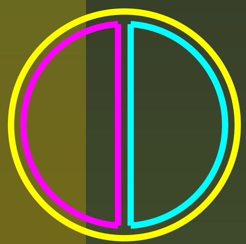
BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, ’89)

$V^{(3)} =$  , $V^{(N=4,\cdots,\infty)} = \int \cdots \int d^{2N-6}\ell$ 

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, ’89)

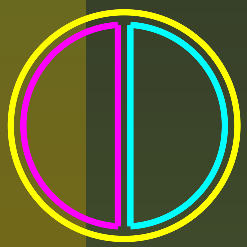
$$V^{(3)} =$$  $$, \quad V^{(N=4,\cdots,\infty)} = \int \cdots \int d^{2N-6}\ell$$ 

- Boundary SFT (Open SFT, ’92) [番外]

BV 方程式を満たす $S(\Phi)$: 続具体例

- Non-Polynomial Closed SFT (Saadi-Zwiebach, Kugo-Kunitomo-Suehiro, '89)

$$V^{(3)} =$$



$$, \quad V^{(N=4,\cdots,\infty)} = \int \cdots \int d^{2N-6}\ell$$

- Boundary SFT (Open SFT, '92) [番外]
  SFT action is given implicitly as a solution to

$$dS = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} d\theta d\theta' \left\langle d\mathcal{O}(\theta) \left\{ Q_{\mathrm{B}}, \mathcal{O}(\theta') \right\} \right\rangle_\lambda$$

しかし、· · · 量子BV方程式

しかし、・・・ 量子 BV 方程式

BV 方程式を満す Closed SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない! S-matrix Unitarity も破れる。

しかし、··· 量子 BV 方程式

BV 方程式を満す Closed SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない! S-matrix Unitarity も破れる。

これを解決するには、量子 BV 方程式を満すように SFT action を再構成する必要がある:

しかし、・・・ 量子BV方程式

BV方程式を満す Closed SFT action (HIKKO, Non-polynomial) は正しい Loop 振幅を再現出来ない! S-matrix Unitarity も破れる。

これを解決するには、量子BV方程式を満すように SFT action を再構成する必要がある:

量子BV方程式

$$\sum_I \left(\frac{\partial S}{\partial \Phi_I} \right)^2 = i\hbar \sum_I \frac{\partial^2 S}{\partial \Phi_I \partial \Phi_I}$$

続 量子BV方程式

$S(\Phi)$ が量子 BV 方程式を満すとする。以前と同様に

$$\widehat{S}(\phi) = S(\phi, \psi = 0), \quad \delta_B \phi_i = \left. \frac{\partial S(\phi,\psi)}{\partial \psi_i} \right|_{\psi=0}$$

で gauge-fixed action および BRST 変換を定義して、

$$\text{SFT 経路積分:} \quad \int \mathcal{D}\phi \exp\left(\frac{i}{\hbar}\widehat{S}(\phi)\right)$$

を考えると、measure $\mathcal{D}\phi$ も含めた BRST 不変性

$$\delta_B \left\{ \frac{i}{\hbar}\widehat{S}(\phi) + \ln \mathcal{D}\phi \right\} = 0$$

が成り立つ。

しかし、・・・

しかし、・・・

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \ldots$$

という「$\hbar$ の無限級数」の形で与えられる。

しかし、· · ·

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \ldots$$

という「$\hbar$ の無限級数」の形で与えられる。

$$\Downarrow$$

複雑すぎて役に立たない!!!

しかし、・・・

量子 BV 方程式の解は

$$S(\Phi) = \underbrace{S^{(0)}(\Phi)}_{\text{古典 BVeq の解}} + \hbar S^{(1)}(\Phi) + \hbar^2 S^{(2)}(\Phi) + \ldots$$

という「$\hbar$ の無限級数」の形で与えられる。

$\Downarrow$

複雑すぎて役に立たない!!!

なんとかしなくては....

(未だ何ともなっていない)

コメント: SFT=非局所相互作用の理論

コメント: **SFT=非局所相互作用の理論**

古典 BV 方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitariy が破れるのか?

コメント: SFT=非局所相互作用の理論

古典 BV 方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitariy が破れるのか?

相互作用 vertex $V^{(N)}$ が弦の重心座標 $x^\mu = \int_0^{2\pi} d\sigma X^\mu(\sigma)$ に関して非局所相互作用:

$$V^{(N)} \sim e^{(\partial/\partial x^\mu)^2}$$

$\Big[$ 運動項は普通のヤツ: $Q_{\mathrm{B}} \sim (\partial/\partial x^\mu)^2 + m^2$ $\Big]$

コメント: SFT=非局所相互作用の理論

古典 BV 方程式の解 $S^{(0)}(\Phi)$ はエルミートであるのに、何故 S-matrix unitariy が破れるのか?

相互作用 vertex $V^{(N)}$ が弦の重心座標 $x^\mu = \int_0^{2\pi} d\sigma\, X^\mu(\sigma)$ に関して非局所相互作用:

$$V^{(N)} \sim e^{(\partial/\partial x^\mu)^2}$$

$\left[\right.$ 運動項は普通のヤツ: $Q_\mathrm{B} \sim (\partial/\partial x^\mu)^2 + m^2 \left.\right]$

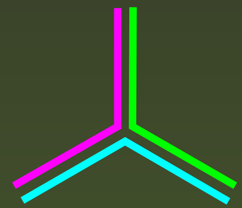
$$\Downarrow$$

SFT は正準量子化法が適用できない理論。

コメント: Cubic SFT

Cubic SFT の場合:

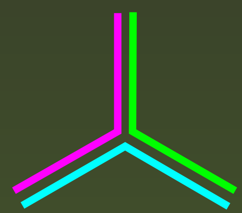
$$S_{\mathrm{CSFT}} = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}\underbrace{V^{(3)}_{IJK}}\,\Phi_I\Phi_J\Phi_K$$



コメント: **Cubic SFT**

Cubic SFT の場合:

$$S_{\mathrm{CSFT}} = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}\underbrace{V^{(3)}_{IJK}}\,\Phi_I\Phi_J\Phi_K$$



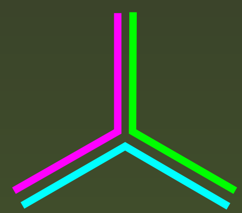
- $t_{\text{中点}} = X^0(\frac{\pi}{2})$ について相互作用は局所的

  $\Rightarrow$ $t_{\text{中点}}$ を時間座標として正準量子化 (ビミョー?)

コメント: Cubic SFT

Cubic SFT の場合:

$$S_{\mathrm{CSFT}} = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}\underbrace{V^{(3)}_{IJK}}\,\Phi_I\Phi_J\Phi_K$$



- $t_{\text{中点}} = X^0(\frac{\pi}{2})$ について相互作用は局所的

  $\Rightarrow t_{\text{中点}}$ を時間座標として正準量子化 (ビミョー?)

- $\dfrac{\partial^2 S_{\mathrm{CSFT}}}{\partial\Phi_I\partial\Phi_I} = 0$ という "証明" もある。

BVと戯れる

BVと戯れる

せっかくBV形式をやったので、
もう少し遊んでみよう。

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

$^{\forall}A(\phi,\psi)$ と $^{\forall}B(\phi,\psi)$ に対して

Anti-bracket: $\{A, B\} \equiv \dfrac{\partial A}{\partial \phi_i}\dfrac{\partial B}{\partial \psi_i} - \dfrac{\partial A}{\partial \psi_i}\dfrac{\partial B}{\partial \phi_i}$

Delta-operator: $\Delta A \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial \phi_i \partial \psi_i} A$

を定義すると

BV と戯れる: Anti-bracket と Delta-operator

${}^{\forall}A(\phi,\psi)$ と ${}^{\forall}B(\phi,\psi)$ に対して

Anti-bracket: $\{A,B\} \equiv \dfrac{\partial A}{\partial \phi_i}\dfrac{\partial B}{\partial \psi_i} - \dfrac{\partial A}{\partial \psi_i}\dfrac{\partial B}{\partial \phi_i}$

Delta-operator: $\Delta A \equiv \dfrac{\partial^2}{\partial \phi_i \partial \psi_i} A$

を定義すると

- $\Delta^2 = 0$ (Nilpotency)
- $\Delta\{A,B\} = \{\Delta A, B\} + \{A, \Delta B\}$ (Leibniz rule)
- $\{A,\{B,C\}\} + \{B,\{C,A\}\} + \{C,\{A,B\}\} = 0$

(Jacobi identity)

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、$(i/\hbar)S \to S$ と Wick-rotate して

$$\text{量子 BV 方程式:} \quad M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2}\{S, S\} = 0$$

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、$(i/\hbar)S \to S$ と Wick-rotate して

$$\boxed{\text{量子 BV 方程式:} \quad M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2}\{S, S\} = 0}$$

$^\forall\epsilon(\phi, \psi)$ に対して作用 S の「微小ゲージ変換」を

$$\boxed{\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\}}$$

で与えると、$M(S)$ は covariant に変換

$$\delta_\epsilon M(S) = \{M(S), \epsilon\}$$

BV と戯れる: BV 方程式のゲージ不変性

ここでは、$(i/\hbar)S \to S$ と Wick-rotate して

$$\boxed{\text{量子 BV 方程式:} \quad M(S) \equiv \Delta S + \frac{1}{2}\{S, S\} = 0}$$

${}^{\forall}\epsilon(\phi, \psi)$ に対して作用 S の「微小ゲージ変換」を

$$\boxed{\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\}}$$

で与えると、$M(S)$ は covariant に変換

$$\delta_\epsilon M(S) = \{M(S), \epsilon\}$$

従って、

S が 量子 BV eq の解 $\Rightarrow S + \delta_\epsilon S$ も解

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV		Yang-Mills
$M(S) = \Delta S + \frac{1}{2}\{S, S\}$	$\leftrightarrow$	$F = dA + A^2$
$\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda A = dS + [A, \lambda]$
$[\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}}$	$\leftrightarrow$	$[\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]}$
$\delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda F = [F, \lambda]$
$\Delta^2 = 0$	$\leftrightarrow$	$d^2 = 0$

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV		Yang-Mills
$M(S) = \Delta S + \frac{1}{2}\{S,S\}$	$\leftrightarrow$	$F = dA + A^2$
$\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S,\epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda A = dS + [A,\lambda]$
$[\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1,\epsilon_2\}}$	$\leftrightarrow$	$[\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1,\lambda_2]}$
$\delta_\epsilon M = \{M,\epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda F = [F,\lambda]$
$\Delta^2 = 0$	$\leftrightarrow$	$d^2 = 0$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を力学変数とする理論を考えたくなる?

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV		Yang-Mills
$M(S) = \Delta S + \frac{1}{2}\{S, S\}$	$\leftrightarrow$	$F = dA + A^2$
$\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda A = dS + [A, \lambda]$
$[\delta_{\epsilon_1}, \delta_{\epsilon_2}] = \delta_{\{\epsilon_1, \epsilon_2\}}$	$\leftrightarrow$	$[\delta_{\lambda_1}, \delta_{\lambda_2}] = \delta_{[\lambda_1, \lambda_2]}$
$\delta_\epsilon M = \{M, \epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda F = [F, \lambda]$
$\Delta^2 = 0$	$\leftrightarrow$	$d^2 = 0$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を力学変数とする理論を考えたくなる?

$\uparrow$ “座標” に成り下がる

BV と戯れる: Yang-Mills/Chern-Simons との対比

BV		Yang-Mills
$M(S)=\Delta S+\frac{1}{2}\{S,S\}$	$\leftrightarrow$	$F=dA+A^2$
$\delta_\epsilon S=\Delta\epsilon+\{S,\epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda A=dS+[A,\lambda]$
$[\delta_{\epsilon_1},\delta_{\epsilon_2}]=\delta_{\{\epsilon_1,\epsilon_2\}}$	$\leftrightarrow$	$[\delta_{\lambda_1},\delta_{\lambda_2}]=\delta_{[\lambda_1,\lambda_2]}$
$\delta_\epsilon M=\{M,\epsilon\}$	$\leftrightarrow$	$\delta_\lambda F=[F,\lambda]$
$\Delta^2=0$	$\leftrightarrow$	$d^2=0$

SFT 作用 $S(\Phi)$ を力学変数とする理論を考えたくなる?

$\uparrow$ "座標" に成り下がる

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

<u>この理論に対する要請</u>

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \, \exp I(S)$$

<u>この理論に対する要請</u>

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$
- 運動方程式:$\delta I(S)/\delta S = 0 \Rightarrow$ 量子 BV 方程式

$$\sim S_{\text{Chern−Simons}} = \int \mathrm{tr}\left(AdA + \frac{2}{3}A^3\right)$$

BV と戯れる: SFT 作用 S を力学変数とする理論

$$\int \mathcal{D}S \exp I(S)$$

この理論に対する要請

- ゲージ不変性: $\delta_\epsilon S = \Delta\epsilon + \{S, \epsilon\} \Rightarrow \delta_\epsilon I(S) = 0$
- 運動方程式:$\delta I(S)/\delta S = 0 \Rightarrow$ 量子 BV 方程式

$$\sim S_{\text{Chern−Simons}} = \int \mathrm{tr}\left(AdA + \frac{2}{3}A^3\right)$$

- "物理的自由度" の無い Topological theory であるべし。

  この理論は BVeq の「ある古典解 S」を作用とする SFT と等価であって欲しい $\Rightarrow$ 物理的揺らぎは不要

BV と戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

BVと戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

- H. Hata,
  "'Theory of Theories' approach to string theory,"
  Phys. Rev. D **50**, 4079 (1994) [hep-th/9308001].
- H. Hata and B. Zwiebach,
  "Developing the covariant Batalin-Vilkovisky approach to string theory,"
  Annals Phys. **229**, 177 (1994) [hep-th/9301097].

BV と戯れる: Theory of Theories

こんな危なそうな試みに興味のある方は

- H. Hata,
  "'Theory of Theories' approach to string theory,"
  Phys. Rev. D **50**, 4079 (1994) [hep-th/9308001].
- H. Hata and B. Zwiebach,
  "Developing the covariant Batalin-Vilkovisky approach to string theory,"
  Annals Phys. **229**, 177 (1994) [hep-th/9301097].

Actional: $$I(S) = \int \mathcal{D}\Phi \, e^{S(\overline{\Phi})} \Delta e^{S(\Phi)}$$

背景時空に依らないSFT定式化?

背景時空に依らないSFT定式化?

これまでに話したSFT (特に closed SFT) は、全て特定の背景時空 (平坦時空) の周りの理論であった。

背景時空に依らないSFT定式化?

これまでに話したSFT (特に closed SFT) は、全て
特定の背景時空 (平坦時空) の周りの理論であった。

出来ることなら、Einstein-Hilbert action のような、
背景時空に依らない SFT の定式化が欲しい!

背景時空に依らないSFT定式化?

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \cdots$$

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \cdots$$

$\because$ Q_{B} が $\eta_{\mu\nu}$ を陽に含む。

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi) = \frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K + \cdots$$

$$\boxed{\because\ Q_{\mathrm{B}} \text{ が } \eta_{\mu\nu} \text{ を陽に含む。}}$$

- 弦場 Φ が含む graviton 場は平坦からの揺らぎ:

$$|\Phi\rangle = \alpha^{\mu}_{-1}\overline{\alpha}^{\nu}_{-1}|0\rangle\, h_{\mu\nu}(x) + \ldots,\quad g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

背景時空に依らないSFT定式化?

通常の closed SFT は平坦背景時空 $g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}$ 周りの理論:

$$S(\Phi)=\frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{B}}\Phi+\frac{1}{3!}V^{(3)}_{IJK}\Phi_I\Phi_J\Phi_K+\cdots$$

$\boxed{\because\ Q_{\mathrm{B}}\text{ が }\eta_{\mu\nu}\text{ を陽に含む。}}$

- 弦場 Φ が含む graviton 場は平坦からの揺らぎ:

$$|\Phi\rangle=\alpha^{\mu}_{-1}\overline{\alpha}^{\nu}_{-1}|0\rangle\,h_{\mu\nu}(x)+\ldots,\quad g_{\mu\nu}\sim\eta_{\mu\nu}+h_{\mu\nu}$$

- $\displaystyle \delta_\Lambda\Phi_I=\frac{\partial^2 S}{\partial\Phi_I\partial\Phi_J}\Lambda_J=(Q_{\mathrm{B}})_{IJ}\Lambda_J+V^{(3)}_{IJK}\Phi_J\Lambda_K+\cdots$

  が含む (微小) 一般座標変換も平坦時空周りのもの

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

続 背景時空に依らないSFT定式化?

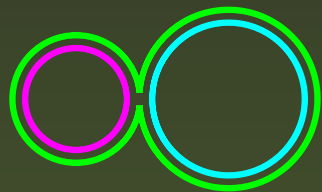
しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ-汎関数
  $\Rightarrow$ 背景時空には依らないだろう。

続 背景時空に依らない SFT 定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ-汎関数
  $\Rightarrow$ 背景時空には依らないだろう。

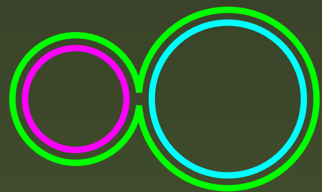
$V^{(3)}_{\mathrm{HIKKO}} =$  の場合の "証明" は

H. Hata and M. Maeno, "General covariance in pregeometrical string field theory," Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

続 背景時空に依らないSFT定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ-汎関数
  $\Rightarrow$ 背景時空には依らないだろう。

  $V^{(3)}_{\mathrm{HIKKO}} =$  の場合の "証明" は

  H. Hata and M. Maeno, "General covariance in pregeometrical string field theory," Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

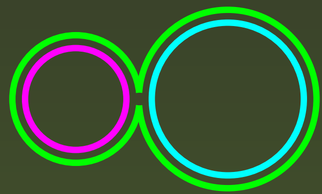
- $V^{(N\geq 4)} = 0$ の SFT があれば、BVeq の条件は
  $\mathcal{Q}^2 = 0, \quad \mathcal{Q}V^{(3)} = 0, \quad V^{(3)}V^{(3)} + \cancel{\mathcal{Q}V^{(4)}} = 0$

続 背景時空に依らない SFT 定式化?

しかし、

- $V^{(N)}$ は弦座標の局所的な接続を表す δ-汎関数

  $\Rightarrow$ 背景時空には依らないだろう。

  $V^{(3)}_{\mathrm{HIKKO}} =$  の場合の "証明" は

  H. Hata and M. Maeno, "General covariance in pregeometrical string field theory," Nucl. Phys. B **364**, 85 (1991).

- $V^{(N\geq 4)} = 0$ の SFT があれば、BVeq の条件は

  $$\mathcal{Q}^2 = 0, \quad \mathcal{Q}V^{(3)} = 0, \quad V^{(3)}V^{(3)} + \cancel{\mathcal{Q}V^{(4)}} = 0$$

  $\Rightarrow$ $\mathcal{Q} = 0$ (つまり、$V^{(3)}$ のみ) としても OK!

Pre-geometrical SFT: まず、HIKKO closed SFT

Pre-geometrical SFT: まず、HIKKO closed SFT

まず、HIKKO closed SFT をまとめると、

$$S_{\mathrm{HIKKO}} = \frac{1}{2}\Phi \cdot Q_{\mathrm{B}}\Phi + \frac{1}{3!}\Phi \cdot (\Phi * \Phi)$$

$$\delta_\Lambda \Phi = Q_{\mathrm{B}}\Lambda + \Phi * \Lambda \quad \text{(ゲージ変換)}$$

ここに $*$ 積は

$$(\Phi * \Psi)_I \equiv V^{(3)}_{IJK}\Phi_J \Psi_K$$

BVeq の要請 (⇒ ゲージ不変性):

- $Q_{\mathrm{B}}(\Phi * \Psi) = (Q_{\mathrm{B}}\Phi) * \Psi + \Phi * (Q_{\mathrm{B}}\Psi)$ (Leibniz)
- $\Phi * (\Psi * \Xi) + \Psi * (\Xi * \Phi) + \Xi * (\Phi * \Psi) = 0$ (Jacobi-identity)

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_{\mathrm{B}} \Rightarrow 0 \; (\Phi \Rightarrow \Psi)$ として

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_{\mathrm{B}} \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\mathrm{PG}} = \frac{1}{3!}\Psi \cdot (\Psi * \Psi)\,, \qquad \delta_{\Lambda}\Psi = \Psi * \Lambda$$

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_{\mathrm{B}} \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\mathrm{PG}} = \frac{1}{3!}\Psi\cdot(\Psi * \Psi)\,, \qquad \delta_\Lambda\Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_{\rm B} \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\rm PG} = \frac{1}{3!}\Psi\cdot(\Psi * \Psi), \quad \delta_\Lambda\Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。
- 運動項 ($\Psi Q \Psi$) が無い $\Rightarrow$ 運動も幾何も無い
  $\Rightarrow$ Pre-geometrical SFT (元/原 幾何学的 SFT)

Pre-geometrical SFT

この理論で $Q_{\mathrm{B}} \Rightarrow 0$ ($\Phi \Rightarrow \Psi$) として

Pre-geometrical SFT

$$S_{\mathrm{PG}} = \frac{1}{3!}\Psi \cdot \left(\Psi * \Psi\right), \quad \delta_\Lambda \Psi = \Psi * \Lambda$$

- 特定の背景時空に依存しない(だろう)。
- 運動項 ($\Psi Q \Psi$) が無い $\Rightarrow$ 運動も幾何も無い
  $\Rightarrow$ Pre-geometrical SFT (元/原 幾何学的 SFT)

元の SFT with $\frac{1}{2}\Phi Q \Phi$ 項との関係は?

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle \Psi \rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle\Psi\rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle\Psi\rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$
- 線形演算子 $\mathcal{Q}$ を $\mathcal{Q}\Psi \equiv \Psi_0 * \Psi$ で定義すると EOM と Jacobi-id. を用いて
  - $\mathcal{Q}^2 = 0$
  - $\mathcal{Q}(\Psi * \Xi) = (\mathcal{Q}\Psi) * \Xi + \Psi * (\mathcal{Q}\Xi)$

Pre-geometrical SFT

PG-SFT において、弦場 Ψ の凝縮 $\Psi_0 = \langle\Psi\rangle$ が生じることにより、背景時空とその上の運動が発生する。

- Ψ_0 は PG-SFT の古典解: $\Psi_0 * \Psi_0 = 0$
- 線形演算子 $\mathcal{Q}$ を $\mathcal{Q}\Psi \equiv \Psi_0 * \Psi$ で定義すると EOM と Jacobi-id. を用いて
  - $\mathcal{Q}^2 = 0$
  - $\mathcal{Q}(\Psi * \Xi) = (\mathcal{Q}\Psi) * \Xi + \Psi * (\mathcal{Q}\Xi)$
- Ψ_0 からの揺らぎ Φ ($\Psi = \Psi_0 + \Phi$) を用いて

$$S_{\rm PG} = \frac{1}{2}\Phi \cdot \mathcal{Q}\Phi + \frac{1}{3!}\Phi \cdot (\Phi * \Phi)$$

$$\delta_\Lambda \Phi = \mathcal{Q}\Lambda + \Phi * \Lambda$$

Pre-geometrical SFT

詳細、特に $\mathcal{Q} = Q_{\rm B}^{\text{Kato-Ogawa}}$ となるような
PG-SFT 古典解 Ψ_0 の構成については、

H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa,
“PREGEOMETRICAL STRING FIELD THEORY: CREATION OF SPACE-TIME AND MOTION,” Phys. Lett. B **175**, 138 (1986).

(但し、HIKKO closed SFT は量子論的に不完全ではあるのだが..)

Pre-geometrical SFT

詳細、特に $\mathcal{Q} = Q_{\mathrm{B}}^{\text{Kato-Ogawa}}$ となるような PG-SFT 古典解 Ψ_0 の構成については、

H. Hata, K. Itoh, T. Kugo, H. Kunitomo and K. Ogawa, "PREGEOMETRICAL STRING FIELD THEORY: CREATION OF SPACE-TIME AND MOTION," Phys. Lett. B **175**, 138 (1986).

(但し、HIKKO closed SFT は量子論的に不完全ではあるのだが..)

しかし、この考え方が具体的にどのように役立つか?

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

$\Rightarrow$ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

  $\Rightarrow$ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

- 背景時空に依らない定式化

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

  $\Rightarrow$ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

- 背景時空に依らない定式化

- SFT 作用 S を力学変数とする理論

まとめ

以下のような、とりとめもない話をしてきた:

- SFT の BV 構成

  ⇒ 簡潔な Closed SFT の定式化が必要

- 背景時空に依らない定式化

- SFT 作用 S を力学変数とする理論

何か将来の SFT の進展に役立てれば幸いです。