- 2. 化学反応と溶液 - 遷移状態理論と溶液論 -
- 2.2. 遷移状態理論2と溶液論

2007年5月25日

# 衝突論と遷移状態理論の比較

$$A+B \xrightarrow{} X^{\ddagger} \xrightarrow{k}$$
生成物

#### 原子どうしの反応

活性錯体(遷移状態)は 3つの並進、2つの回転の 自由度をもつ(1つの振動

モードは分解に相当)

$$q_{\ddagger} = q_{\text{trans}} q_{\text{rot}}^2 = \frac{\left[2\pi (m_A + m_B)k_B T\right]^{3/2}}{h^3} \left(\frac{8\pi^2 I k_B T}{h^2}\right)$$

## AとBの並進分配関数

$$q_{A} = \frac{\left[2\pi m_{A} k_{B} T\right]^{3/2}}{h^{3}} & q_{B} = \frac{\left[2\pi m_{B} k_{B} T\right]^{3/2}}{h^{3}}$$

#### 反応速度定数

$$k = \frac{k_B T}{h} \frac{q_{\ddagger}}{q_A q_B} \exp[-E_a/k_B T]$$
$$= d_{AB}^2 \sqrt{\frac{8\pi k_B T}{\mu}} \exp[-E_a/k_B T]$$

衝突論と一致!

### 分子どうしの反応

AとB→N<sub>A</sub>, N<sub>B</sub>原子を含む非直線分子 分子は3つの並進、3つの回転、 (3N<sub>A</sub>-6), (3N<sub>B</sub>-6)の振動の自由度 活性錯体は[3(N<sub>A</sub>+N<sub>B</sub>)-7]の振動自由度

$$q_{\ddagger} = q_{\text{trans}}^{3} q_{\text{rot}}^{3} q_{\text{rot}}^{3(N_{A}+N_{B})-7}$$

$$k = \frac{k_{B}T}{h} \frac{q_{\text{trans}}^{3} q_{\text{rot}}^{3} q_{\text{vib}}^{3(N_{A}+N_{B})-7}}{q_{\text{trans}}^{3} q_{\text{vib}}^{3N_{A}-6} q_{\text{trans}}^{3} q_{\text{rot}}^{3} q_{\text{vib}}^{3N_{B}-6}} \exp[-E_{a}/k_{B}T]$$

$$\approx \frac{k_{B}T}{h} \frac{q_{\text{vib}}^{5}}{q_{\text{trans}}^{3} q_{\text{rot}}^{3}} \exp[-E_{a}/k_{B}T]$$

## AとBが原子の場合

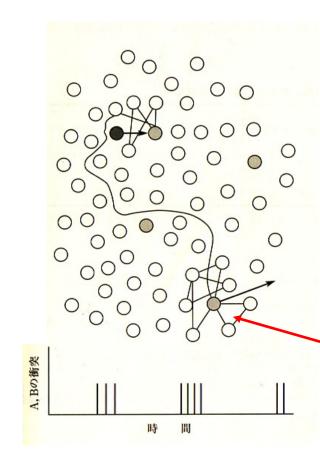
$$k \simeq \frac{k_B T}{h} \frac{q_{\text{rot}}^2}{q_{\text{trans}}^3} \exp[-E_a / k_B T]$$

これが遷移状態理論と衝突論の違い

$$rac{k_{ extstyle 88} k_{ extstyle 88}}{k_{ extstyle 898}} \simeq rac{q_{ ext{vib}}^5 / q_{ ext{trans}}^3 q_{ ext{rot}}^3}{q_{ ext{rot}}^2 / q_{ ext{trans}}^3} = rac{q_{ ext{vib}}^5}{q_{ ext{rot}}^5}$$

衝突論は分子では全く×

# 溶液中での反応



溶液中での衝突の概念図

N<sub>2</sub>O<sub>5</sub>の分解速度

溶液反応の特徴は、反応する分子の周囲に常に溶媒分子が存在していること

### 反応過程が遅い

- •反応自体の化学的効果が重要
- •遷移状態理論の熱力学表示が適用できる 反応過程が速い
- ●反応物が相互に接近したり、生成物が離れていく拡散過程が律速
- •溶媒効果は拡散現象

溶液中の反応では、分子は周囲の溶媒分子の ケージ内で衝突を繰り返す可能性が高い



衝突数は溶液中でも気相中でもあまり変わらない

媒体	k(25°C)/10 <sup>-5</sup> s <sup>-1</sup>	$\log_{10}(A/s^{-1})$	E <sub>a</sub> (kJ mol <sup>-1</sup> )
気相	3.38	13.6	103.3
CCI <sub>4</sub>	4.69	13.6	101.3
CH <sub>3</sub> CI	5.54	13.7	102.9
CH <sub>3</sub> NO <sub>2</sub>	3.13	13.5	102.5

# 拡散律速反応

Fickの法則を球対称な濃度勾配の場に適用 溶質iの流束密度  $\phi_i = -D_i \frac{dc_i}{dr}$  満度 拡散定数



Adolf Eugen Fick (1829 - 1901)

A+B→生成物の反応

分子Aの周囲の半径rの球を通過する分子Bの流東密度

$$\phi_B = -(D_A + D_B) \frac{d[B]_r}{dr}$$
 rにおける分子Bの濃度

Bの全流束(流束密度×面積)J<sub>R</sub>

$$J_B = -4\pi r^2 (D_A + D_B) \frac{d[B]_r}{dr}$$

$$\therefore [B]_r = \frac{J_B}{4\pi r(D_A + D_B)} + [B] \quad (r = \infty \, \mathfrak{C}[B]_r = [B] \, \sharp \, \mathfrak{h})$$

AとBとの反応が速く、r=RでAとBが必ず反応するならば

$$0 = \frac{J_B}{4\pi R(D_A + D_B)} + [B]$$

$$\therefore \boldsymbol{J}_B = -4\pi(D_A + D_B)R[B]$$

1個の分子Aの反応速度定数=分子Bの全流束の絶対値

$$k = 4\pi (D_A + D_B)R$$

By Roman Smoluckowski (1910 - )

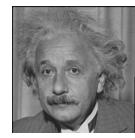
拡散定数に対する Einstein-Stokesの関係式

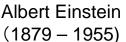
$$D = \frac{k_B T}{6\pi r \eta(T)}$$
粘性率

$$\therefore k = \frac{2k_B T}{3\eta(T)} \frac{(r_A + r_B)^2}{r_A r_B}$$

r<sub>△</sub>=r<sub>R</sub>ならば、速度定数

$$k = \frac{8k_B T}{3\eta(T)}$$







Albert Einstein George G. Stokes (1879 - 1955) (1819 - 1903)

# 遷移状態理論の熱力学的記述

Gibbsエネルギーの圧力依存性: 
$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V = \frac{RT}{P}$$

反応
$$A + B \stackrel{\rightarrow}{\leftarrow} X^{\ddagger} \stackrel{k}{\longrightarrow}$$
生成物



標準反応Gibbsエネルギー変化は反応物と生成物のGibbsエネルギーの差

$$\Delta_{r}G = \Delta_{r}G^{0} - \int_{1}^{P_{A}} \frac{RT}{P} dP - \int_{1}^{P_{B}} \frac{RT}{P} dP + \int_{1}^{P_{X^{\ddagger}}} \frac{RT}{P} dP = \Delta_{r}G^{0} + RT \ln \frac{P_{X^{\ddagger}}}{P_{A}P_{B}}$$

平衡では、 $\Delta_r G = 0$  より、

標準反応Gibbsエネルギー
$$\Delta_r G^0 = -RT \ln \frac{P_{X^{\ddagger}}}{P_A P_B} = -RT \ln K_P$$

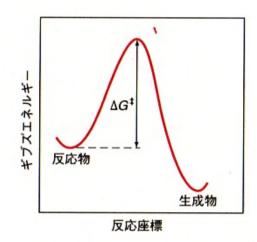


遷移状態理論より、

反応速度定数 
$$k = \frac{k_B T}{h} \frac{[X^{\ddagger}]}{[A][B]} = \frac{k_B T}{h} \exp\left(-\frac{\Delta G^{0\ddagger}}{RT}\right)$$

$$\Delta G^{0\ddagger} = \Delta H^{0\ddagger} - T\Delta S^{0\ddagger} \quad \sharp \mathcal{V},$$

$$k = \frac{k_B T}{h} \exp\left(\frac{\Delta S^{0\ddagger}}{R}\right) \exp\left(-\frac{\Delta H^{0\ddagger}}{RT}\right)$$



# 反応速度に及ぼす静電力の効果

#### 電解質溶液中でのイオンの反応

周囲に電荷分布(比誘電率ε,)があるときの 電荷分布と電場との関係(Poisson方程式)

電場の中でイオンが平衡分布しているとすると、 荷電数zをもつ濃度n,のイオンiの平衡分布:

各種イオンが存在するときの電荷分布

距離が大きいところでの電気的中性条件  $\sum n_i^0 z_i e = 0$  を用い、指数項を2次まで展開

$$\frac{1}{r^2} \frac{d\left\{r^2 \frac{dE(r)}{dr}\right\}}{dr} = \lambda^2 E(r), \text{ for the } L,$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d\left\{r^2 \frac{dE(r)}{dr}\right\}}{dr} = -\frac{\rho(r)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$n_i = n_i^0 \exp\left(-\frac{z_i eE(r)}{k_B T}\right)$$

$$\rho(r) = \sum_i n_i^0 z_i e \exp\left(-\frac{z_i eE(r)}{k_B T}\right)$$

$$\rho(r) = -\sum_i \frac{n_i^0 z_i^2 e^2 E(r)}{k_B T}$$

Poisson方程式  $\frac{1}{r^2} \frac{d\left\{r^2 \frac{dE(r)}{dr}\right\}}{dr} = \lambda^2 E(r),$ ただし、 $\lambda^2 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 \varepsilon k_B T} \sum n_i^0 z_i^2$ 

E(0)=0,  $E(\infty)=z_Ae/(4\pi\epsilon_0\epsilon_r r)$ の境界条件を満たす解  $E(r)=\frac{z_Ae}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\exp(-\lambda r)$ 

指数項を第2項まで展開→イオンA,B間のポテンシャル

$$U(r) = z_B e E(r) = \underbrace{\frac{z_A z_B e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}} \underbrace{\frac{z_A z_B e^2 \lambda}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

イオン雰囲気(電荷分布)がないとき

$$k_{liq} = k_{gas} \exp\left(-\frac{z_A z_B e^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r R k_B T}\right)$$

Peter Debye (1884-1966)

イオン雰囲気の効果

$$k_{liq} = k_{liq}^{0} \exp\left(\frac{z_A z_B e^2 \lambda}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon_r k_B T}\right)$$

Debye-Hückelの極限法則

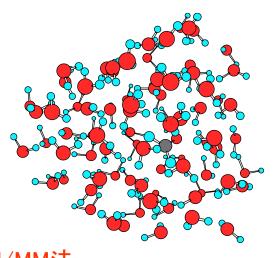
$$\lambda^2$$
**∝イオン**強度  $I = \frac{1}{2} \sum c_i z_i^2$ 



 $\lambda^2$ **公 イオン**強度  $I = \frac{1}{2} \sum c_i z_i^2$   $\ln \frac{k_{liq}}{k_{liq}^0} = const. z_A z_B I^{1/2}$ 

同種符号イオン間の反応は誘電率やイオン強度の増加で促進、異種符号間は減速

## 溶媒和モデル



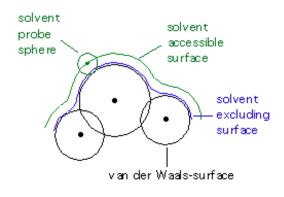
溶媒分子をすべて含めた計算は不可能 溶媒効果は溶媒和モデルで近似

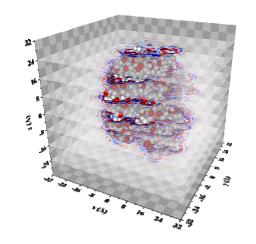
#### 分極連続体モデル(PCM)

分子のまわりに溶媒排除領域を設定し、 分極させた連続体で溶媒効果を取り込む

#### QM/MM法

溶媒分子が直接的に結合する領域(第一溶媒和圏)と間接的に関与する領域(第二溶媒和圏)に分けてモデル化する方法 分離方法は任意





相互作用点モデル(ISM) 溶質、溶媒分子に含まれるすべての原子間の相互作 用を積分方程式で計算する方法

3D-RISM理論でもとめた蛋白質(α-chymotrypsinogen A)の 周りの水和構造(3次元分布関数)

赤:水が通常より多く分布している領域 青:水が通常より少なく分布している領域

## 問題

個々の分子の状態がエネルギーをとるとき、分子分配関数はつぎのように定義される。

$$q = \sum_{i=0}^{\infty} \exp(-\varepsilon_i / k_B T)$$

ただし、 $k_B$ はBoltzmann定数、Tは絶対温度である。

1. 分子 1 個あたりの平均のエネルギーを  $\langle \varepsilon \rangle$ とすると、

$$q\langle\varepsilon\rangle = -\frac{\partial q}{\partial(1/k_{\rm B}T)}$$

となることを示せ。

- 2. 直線型の異核分子の回転エネルギーは、  $\mathcal{E}_{JM} = B \cdot J(J+1), J=0,1,2,\cdots,$   $M=-J,-J+1,\cdots,0,\cdots,J-1,J$  である。ただし、J,Mは量子数、Bは定数である。
  - ① 回転の分子分配関数を書き表せ。
  - ② 高温のとき、和を積分に変換して、qの近似値を求めよ。
  - ③ エネルギー等分配の法則が成り立つことを示せ。

#### ヒント

- 1. そのまま微分すればよい。
- 2. ① Jについての和となる。
  - ② J(J+1)=xと置くと、qはどう積分される?
  - ③ 1の結果を使う。